วิชา โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ (2204-2109)

บทที่ 5 การวัดการกระจาย (Measures of Dispersion)

Asst. Prof. Juthawut Chantharamalee
Assistant Professor in Computer Science
(Chairperson of B.Sc. Program in Computer Science)
Office. Suan Dusit University, Phone. (+66) 2244-5691
Email. juthawut_cha@dusit.ac.th, jchantharamalee@gmail.com

5.1 ความหมายของการวัดการกระจาย

เป็นการวัดค่าข้อมูลเพื่อให้ทราบว่าข้อมูลมีการกระจายมากน้อยเพียงใด และเมื่อพิจารณารวมกับการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางแล้วจะสามารถทำให้เห็นข้อเท็จจริงของข้อมูลได้มากขึ้น โดยสังเกตจาก ถ้ามีค่ามากแสดงว่าข้อมูลชุดนั้นมีการกระจายมาก ในทางตรงกันข้ามถ้ามีค้าน้อยแสดงว่าข้อมูลชุดนั้นมีการกระจายน้อย การวัดการกระจายที่นิยมใช้ได้แก่

1. พิสัย

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3. ความแปรปรวน

5.2 พิสัย (Range)

พิสัย (range) คือ ความแตกต่างระหว่างค่าที่มากที่สุด (maximum) กับค่าต่ำที่สุด (minimum) ของข้อมูลชุดนั้น เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “R”

$$R = \text{Maximum} - \text{Minimum}$$

ข้อสังเกต คือ การหาพิสัยนิยมหาสำหรับกรณีที่ข้อมูลไม่มีการแบ่งกลุ่ม

5.2 พิสัย (range)

ตัวอย่าง 5.1 น้ำหนักของนิสิตกลุ่มหนึ่งจำนวน 30 คน มีดังนี้ (กิโลกรัม)

52	87	80	67	71	75	72	67	53	49
55	84	56	77	65	94	47	56	60	55
60	75	96	43	45	46	67	75	71	81

จงหาพิสัยของข้อมูลชุดนี้

∴ พิสัยของข้อมูลชุดนี้คือ R = Maximum - Minimum = 96 -43 = 53 กิโลกรัม

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

1) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากร (Population standard deviation)

X_i แทนข้อมูลหน่วยที่ i ของประชากรขนาด N

u แทนค่าเฉลี่ยประชากร

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - u)^2}{N}}$$

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

ตัวอย่าง 5.2 ส่วนสูงของนิสิตแพทย์ชั้นปีที่ 1 ทั้งหมดจำนวน 30 คน มีดังนี้ (เซนติเมตร)

181	181	174	158	154	175	180	174	155	162
152	160	180	171	160	171	177	165	175	163
155	184	177	156	168	157	167	156	164	156

จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของข้อมูลชุดนี้

ส่วนสูงเฉลี่ย$_{ประชากร}$ = $\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$ = (181 +181 +... + 156/30 = 5,008/30 = 166.93

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน$_{ประชากร}$ = $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - u)^2}{N}}$ = $\sqrt{(18-166.93)^2 \ldots + (156x166.93)^{2/}/30}$ = $\sqrt{2,889.25/30}$ = 9.3

∴ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลชุดนี้คือ 9.3 เซนติเมตร

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่าง (Sample standard deviation)

X_i แทนข้อมูลหน่วยที่ *i* ของตัวอย่างขนาด n

$\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

ตัวอย่าง 5.3 สุ่มนิสิตแพทย์ชั้นปีที่ 1 จำนวน 30 คน วัดส่วนสูงแต่ละคนได้ผลดังนี้ (เซนติเมตร)

181	181	174	158	154	175	180	174	155	162
152	160	180	171	160	171	177	165	175	163
155	184	177	156	168	157	167	156	164	156

จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของข้อมูลชุดนี้

ส่วนสูงเฉลี่ย$_{\text{ตัวอย่าง}}$ = $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$ = (181 +181 +... + 156/30 = 5,008/30 = 166.93

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน$_{\text{ตัวอย่าง}}$ = $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$ = $\sqrt{(18-166.93)^2 \text{ ....+ } (156\text{x}166.93)^{2/}/29}$ = $\sqrt{2,889.25/29}$ = 9.92

∴ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลชุดนี้คือ 9.3 เซนติเมตร

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

กรณี ข้อมูลแบ่งกลุ่ม

1) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากร (Population standard deviation)

X_i แทนจุดกึ่งกลางชั้นที่ i โดย i = 1, 2, 3, …, c

F_i แทนความถี่ของชั้นที่ i โดย i = 1, 2, 3, …, c

c แทนจำนวนอัตรภาคชั้น

u แทนค่าเฉลี่ยประชากร

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{c} f_i (X_i - u)^2}{N}}$$

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

ตัวอย่าง 5.4

อาจารย์ต้องการศึกษาส่วนสูงของนิสิตกลุ่มหนึ่งที่มีทั้งหมด 100 คน ดังนี้

ส่วนสูง	ความถี่
150-154	8
155-156	11
160-164	22
165-169	19
170-174	23
175-179	8
180-185	12

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

f_i	X_i	f_iX_i	$X_i - u$	$f_i(X_i - u)^2$	$f_i(X_i - u)^2$
8	152	760	-16	249.64	1248.20
11	157	1727	-11	116.64	1283.04
22	162	3564	-6	33.64	740.08
19	167	3173	1	0.64	12.16
23	172	3956	4	17.64	405.72
8	177	1416	9	84.64	677.12
12	182	2184	14	201.64	2419.68
100		16,780			6,786.00

ส่วนสูงเฉลี่ย$_{\text{ประชากร}}$ = $\mu = \frac{\sum_{i=1}^{c} f_i X_i}{N}$ = 16,780/100 = 167.8

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน$_{\text{ประชากร}}$ = $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{c} f_i (X_i - u)^2}{N}}$ = $\sqrt{6786.00/100}$ = $\sqrt{67.86}$ = 8.2

∴ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลชุดนี้คือ 8.2 เซนติเมตร

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

<u>กรณี</u> ข้อมูลแบ่งกลุ่ม

2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่าง (Sample standard deviation)

X_i แทนจุดกึ่งกลางชั้นที่ i โดย i = 1, 2, 3, …, c

f_i แทนความถี่ของชั้นที่ i โดย i = 1, 2, 3, …, c

c แทนจำนวนอัตรภาคชั้น

$\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{c} f_i (X_i - u)^2}{n}}$$

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

ตัวอย่าง 5.5

อาจารย์สุ่มนิสิตกลุ่มหนึ่งมาจำนวน 100 คน บันทึกส่วนสูงของนิสิตแต่ละคนได้ผล ดังนี้

ส่วนสูง	ความถี่
150-154	8
155-156	11
160-164	22
165-169	19
170-174	23
175-179	8
180-185	12

5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

f_i	X_i	f_iX_i	$X_i - u$	$f_i(X_i - u)^2$	$f_i(X_i - u)^2$
8	152	760	-16	249.64	1248.20
11	157	1727	-11	116.64	1283.04
22	162	3564	-6	33.64	740.08
19	167	3173	1	0.64	12.16
23	172	3956	4	17.64	405.72
8	177	1416	9	84.64	677.12
12	182	2184	14	201.64	2419.68
100		16,780			6,786.00

ส่วนสูงเฉลี่ย$_{\text{ตัวอย่าง}}$ = $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{c} f_i X_i}{n}$ = 16,780/100 = 167.8

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน$_{\text{ตัวอย่าง}}$ = $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{c} f_i (X_i - u)^2}{n}}$ = $\sqrt{6786.00/100}$ = $\sqrt{67.86}$ = 8.2

∴ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลชุดนี้คือ 8.2 เซนติเมตร

5.4 ความแปรปรวน (Variance)

รากที่สองของความแปรปรวน คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

1) ความแปรปรวนประชากร (population standard variance)

X_i แทนข้อมูลหน่วยที่ i ของขนาดประชากร N

u แทนค่าเฉลี่ยประชากร

ความแปรปรวนประชากรเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ "σ^2"

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - u)^2}{N}}$$

5.4 ความแปรปรวน (Variance)

ตัวอย่าง 5.6

จากตัวอย่างที่ 5.2 จงหาความแปรปรวน

วิธีทำ จากตัวอย่าง 5.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน$_{ประชากร}$ = σ = 9.8

จะได้ว่า

ความแปรปรวน$_{ประชากร}$ = $\sigma^2 = 9.8^2 = 96.04$

∴ ความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้คือ 96.04 เซนติเมตร^2

5.4 ความแปรปรวน (Variance)

กรณี ข้อมูลไม่แบ่งกลุ่ม

2) ความแปรปรวนตัวอย่าง (sample standard variance)

X_i แทนข้อมูลหน่วยที่ i ของขนาดประชากร n

$\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

ความแปรปรวนตัวอย่างเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ "s^2"

$$s^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

5.4 ความแปรปรวน (Variance)

<u>ตัวอย่าง 5.7</u>

จากตัวอย่างที่ 5.3 จงหาความแปรปรวน

<u>วิธีทำ</u> จากตัวอย่าง 5.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน$_{ตัวอย่าง}$ = s = 9.9

จะได้ว่า

ความแปรปรวน$_{ประชากร}$ = s^2 = 9.9^2 = 98.01

∴ ความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้คือ 98.01 เซนติเมตร^2

5.4 ความแปรปรวน (Variance)

กรณี ข้อมูลแบ่งกลุ่ม

1) ความแปรปรวนประชากร (Population variance deviation)

X_i แทนจุดกึ่งกลางชั้นที่ i โดย i = 1, 2, 3, …, c

F_i แทนความถี่ของชั้นที่ i โดย i = 1, 2, 3, …, c

c แทนจำนวนอัตรภาคชั้น

u แทนค่าเฉลี่ยประชากร

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{c} f_i (X_i - u)^2}{N}}$$

5.4 ความแปรปรวน (Variance)

ตัวอย่าง 5.8

จากตัวอย่างที่ 5.4 จงหาความแปรปรวน

วิธีทำ จากตัวอย่าง 5.4 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน$_{ประชากร}$ = σ = 8.2

จะได้ว่า

ความแปรปรวน$_{ประชากร}$ = σ^2 = 8.2^2 = 67.24

∴ ความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้คือ 67.24 เซนติเมตร^2

5.4 ความแปรปรวน (Variance)

กรณี ข้อมูลแบ่งกลุ่ม

2) ความแปรปรวนตัวอย่าง (Sample variance deviation)

X_i แทนจุดกึ่งกลางชั้นที่ i โดย i = 1, 2, 3, ..., c

f_i แทนความถี่ของชั้นที่ i โดย i = 1, 2, 3, ..., c

c แทนจำนวนอัตรภาคชั้น

$\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

$$s^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{c} f_i(X_i - u)^2}{n}}$$

5.4 ความแปรปรวน (Variance)

ตัวอย่าง 5.9

จากตัวอย่างที่ 5.5 จงหาความแปรปรวน

วิธีทำ จากตัวอย่าง 5.5 ส่วนเบี่ยงแบนมาตรฐาน$_{ตัวอย่าง}$ = S = 8.2

จะได้ว่า

ความแปรปรวน$_{ตัวอย่าง}$ = S^2 = 8.2^2 = 67.24

∴ ความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้คือ 67.24 เซนติเมตร^2

Thank You

จบการนำเสนอ

Any Question